エネルギーの基本って「保存則」だと思っていませんか？　確かに，熱エネルギーなど全ての種類のエネルギーの総和が保存しているという広い意味での「エネルギー保存則」は，自然界の極めて重要な性質です．でも，「力学」の分野に限った「力学的エネルギー」は「保存しないのが当たり前」なのです．そこで，まず一番の基本「エネルギーの原理」を確認しておきましょう．

エネルギーの原理 I

物体の持つ「運動エネルギー K」は，その物体に働く全ての外力によってなされた（与えられた）「仕事 W」の分，増加する．

$$\Delta K = W_{\text{全外力}}$$

ここで仕事とは（もちろん日用用語の仕事と一切関係ない物理用語です），動いている物体に力から与えられる（仕事をされると言う）物理量で，その値は

$W =$（力の大きさ）×（その力の方向への移動距離）

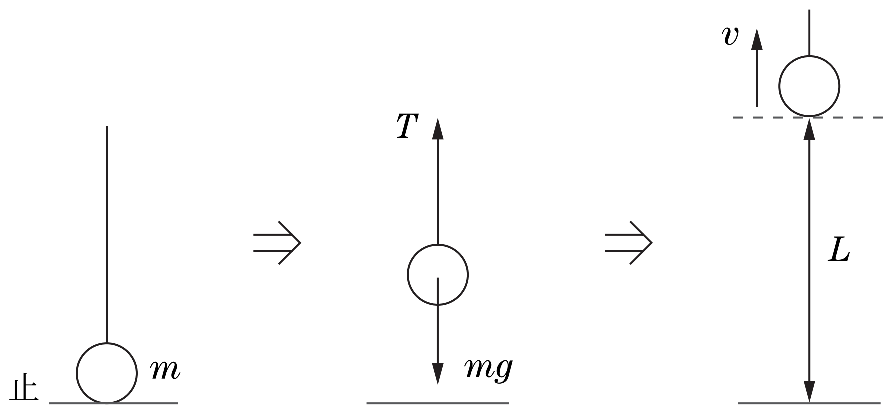
で定義されます．運動エネルギー

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

は知ってますね？　では例題．

例題 1

床の上に静止している質量 m の物体に糸をつけ，一定の張力 T で鉛直上向きに距離 L，引き上げた時の速さ v



まず，この物体に働く力は張力 T と重力 mg だけです．これらの力によって与えられた仕事の値は，上記の定義から

$$\begin{cases} W_T = TL \\ W_{mg} = -mgL\text{（力と移動方向が逆だから）}. \end{cases}$$

エネルギーの原理Ⅰより，この合計分，運動エネルギーが 0 から $\frac{1}{2}mv^2$ に増えたわけですから，

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = TL + (-mgL)$$

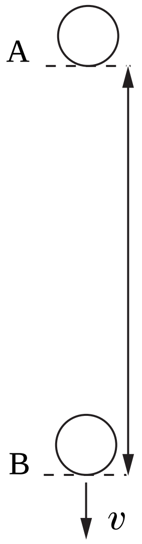
$$\Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}(T - mg)L}$$

と，一瞬で求まります．実は，（求め方さえ指示されなければ），受験物理のエネルギーの問題はこの「エネルギーの原理Ⅰ」だけで解けます．では，よく聞く位置エネルギーって何なのでしょう？　そこで次の例題.

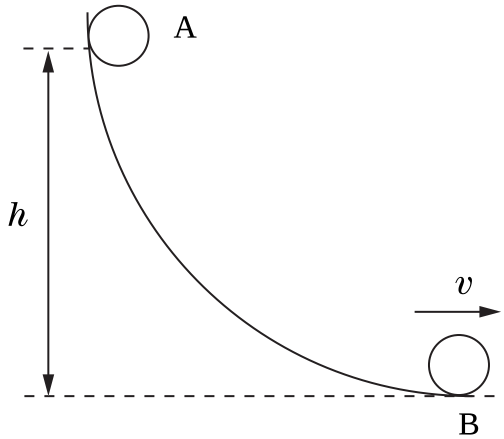
例題２

次の (a)(b)(c) の各々について, A 点から物体を静かに運動させた時, B 点を通過する速さを求めなさい.

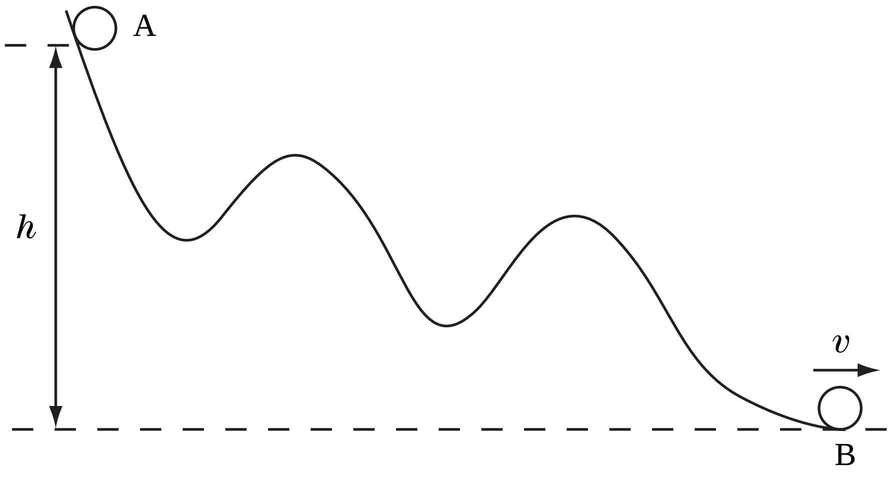
(a)



(b)



(c)



まず (a) で物体に働く力は重力 mg だけ. (b) (c) では他に垂直抗力 N も働いていますが, 経路上の各点で N の方向には全く移動しないので, この力の仕事は 0. すると３ケースとも仕事をしているのは重力だけで, いずれも力の向き（鉛直下方）への移動距離は h ですから, 答えはどれも

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgh \Leftrightarrow v = \sqrt{2gh}$$

で，同じです．

どうやら重力という力は，とにかく h 降下すれば仕事は mgh で，途中の経路によらないことが分かりますね．そうすると，最初に物体が位置 A に置かれた瞬間，その後がどういう経路であれ重力が mgh の仕事をすることで前もって決まっている，つまり重力が mgh 分の仕事をする能力を貯えている，ということができます．この「B の高さを基準として重力が貯えている仕事をする能力」のことを重力位置エネルギー U と言うのです（英語：potential energy）．つまり，このあと物体が B に達するまでに「重力が仕事 mgh をした」というと，「重力位置エネルギーが mgh 減った（使われた）」というのは，全く同じ事を, 違う言い回しで言っているに過ぎないわけです. またこのように仕事が物体の運動の始点と終点の位置だけで決まってしまう力, すなわち位置エネルギーを考えることのできる力を「保存力」と言います（重力の他は弾性力とクーロン力だけ).

では,「エネルギーの原理Ⅰ」をこの「新しいエネルギー」を使った形に変型しましょう.「保存力のした仕事 $W_{\text{保存力}}$」は「位置エネルギーの減少量 $-\Delta U$」と同じですから

$$\begin{aligned}\Delta K &= W_{\text{全外力}} = W_{\text{保存力}} + W_{\text{非保存力}} \\ &= -\Delta U + W_{\text{非保存力}} \Leftrightarrow \Delta(K+U) = W_{\text{非保存力}}\end{aligned}$$

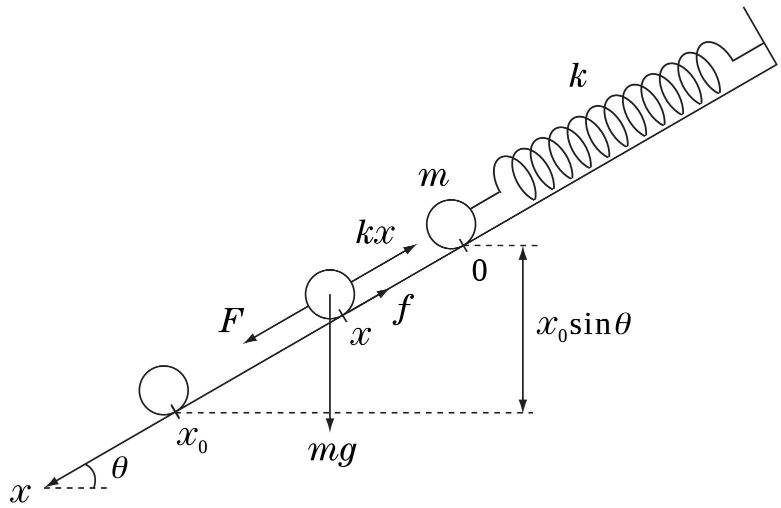
エネルギーの原理Ⅱ

物体の持つ運動エネルギー K と，保存力の貯える位置エネルギー U の和（これを「力学的エネルギー」といいます）は，非保存力のした仕事 W の分，増加する．

$$\Delta(K+U) = W_{\text{非保存力}}$$

つまり，力学的エネルギー $K+U$ が一定で保存するのは，非保存力が仕事をしないとき（例題２）に限られるのです．では，最後の例題.

例題３



傾角 θ の粗い斜面の上端に，バネ定数 k のバネを取り付け，他端に質量 m の小物体を取り付ける．今，自然長の位置を原点に，図のように x 軸をとり，原点に物体を静かに置いたところ静止した．そこで, x 軸正の向きに一定の大きさ F の外力を加えたところ，物体は移動し, $x = x_0$ で止まった. x_0 を求めよ．ただし，動摩擦係数を μ とする.

［解］

非保存力が， F と動摩擦力 $f = \mu mg\cos\theta$ と２つもあるので，エネルギーの原理 I を用います．まず， F , mg , kx , f それぞれの仕事は,

$W_F = F \cdot x_0$

$W_{mg} = mgx_0\sin\theta$

$W_{kx} = -\frac{1}{2}kx_0{}^2$（力と移動方向が逆）

$W_f = -\mu mg\cos\theta \cdot x$ で，この分運動エネルギーが増えたわけですが, $x = x_0$ で静止しているので, $\Delta K = 0$．よって,

$$0 = F \cdot x_0 + mgx_0\sin\theta - \frac{1}{2}kx_0{}^2 - \mu mg\cos\theta \cdot x_0$$

$$\Leftrightarrow x_0 = \frac{2}{k}(F + mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta)$$